

LEHRBUCH
DER
ALGEBRA.

VON

HEINRICH WEBER,

PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT ZÜRICH.

IN ZWEI BÄNDEN.

ZWEITER BAND.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1896

1512
N37
V.2

Alle Rechte vorbehalten.

VORWORT ZUM ZWEITEN BANDE.

Der in dem Vorworte zum ersten Bande angekündigten Absicht gemäss kann ich heute den zweiten Band meines Lehrbuches der Algebra der Öffentlichkeit übergeben. Der dort aufgestellte Plan ist in den wesentlichen Punkten durchgeführt. Bei den Anwendungen bin ich bemüht gewesen, solche Probleme auszuwählen, die bereits in anderen Gebieten, der Geometrie oder Functionentheorie, ein selbständiges Interesse gewonnen haben, und die zugleich die Hauptpunkte der algebraischen Theorie möglichst vielseitig zur Anschauung bringen.

Die Anwendung der Theorie der algebraischen Zahlen ist bis zur Theorie der Kreistheilungszahlen durchgeführt. Wenn Leben und Arbeitskraft verhalten, hoffe ich, in einer Fortsetzung meines Werkes die weiteren Anwendungen auf das Gebiet der elliptischen Functionen darzustellen, die nur zum Theil in meinem Buche „Elliptische Functionen und algebraische Zahlen“ enthalten sind.

Auch während der Ausarbeitung und des Druckes des zweiten Bandes hat mir die Hilfe und der Rath der Freunde zur Seite gestanden, die ich schon in der Vorrede zur ersten Auflage genannt habe. Aber auch manchen neuen Freund hat sich der erste Band bereits erworben, der meine Arbeit durch Winke und Rathschlage gefördert hat. Ihnen allen spreche ich an dieser Stelle meinen Dank aus, und füge die Bitte hinzu, dass sie dem Werke auch weiterhin ihr Interesse bewahren mögen.

Strassburg, im Juli 1896.

Der Verfasser.

INHALT DES ZWEITEN BANDES.

Erstes Buch.

Gruppen.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Gruppentheorie.

	Seite
§. 1. Definition der Gruppen	3
§. 2. Die Divisoren endlicher Gruppen	7
§. 3. Normaltheiler einer Gruppe	10
§. 4. Composition der Theile	12
§. 5. Mehrstufiger Isomorphismus	15
§. 6. Die Compositionsreihe und der Satz von C. Jordan	17
§. 7. Weitere Sätze über die Compositionsreihen	24
§. 8. Metacyklische Gruppen	27

Zweiter Abschnitt.

Abel'sche Gruppen.

§. 9. Darstellung Abel'scher Gruppen durch eine Basis	32
§. 10. Die Invarianten der Abel'schen Gruppen	39
§. 11. Gruppencharaktere	43
§. 12. Divisoren einer Abel'schen Gruppe. Reciproke Gruppen	48
§. 13. Die Geschlechter in einer Abel'schen Gruppe	52
§. 14. Indices nach einer ungeraden Primzahlpotenz als Modul	54
§. 15. Indices für eine Potenz von 2 als Modul	58
§. 16. Die Gruppen der Zahlclassen nach einem zusammengesetzten Modul	60

Dritter Abschnitt.

Die Gruppe der Kreistheilungskörper.

§. 17. Die Resolventen der Kreistheilungstheorie	63
§. 18. Kreistheilungskörper	67
§. 19. Primäre und nicht primäre Theiler der Gruppe \mathfrak{N}	72
§. 20. Die Kreistheilungsperioden	74
§. 21. Kreistheilungskörper mit gegebener Gruppe	79
§. 22. Bestimmung der Gruppe \mathfrak{N}	92

Vierter Abschnitt.

Cubische und biquadratische Abel'sche Körper.

	Seite
§. 23. Cubische Kreistheilungskörper	94
§. 24. Biquadratische Kreistheilungskörper	101
§. 25. Cubische Abel'sche Gleichungen	107
§. 26. Biquadratische Abel'sche Gleichungen	110

Fünfter Abschnitt.

Constitution der allgemeinen Gruppen.

§. 27. Bildung von Gruppen nach Cayley	114
§. 28. Beziehung der allgemeinen Gruppen zu den Permutationsgruppen	117
§. 29. Der erste Sylow'sche Satz	121
§. 30. Der zweite Sylow'sche Satz	125
§. 31. Gruppen vom Grade p^a	127
§. 32. Satz von Frobenius	129
§. 33. Gruppen vom Grade $p^a q$	134
§. 34. Einfache Gruppen	136
§. 35. Gruppen vom Grade $p q$	140
§. 36. Grenzen des Index eines Theilers der symmetrischen Permutationsgruppe	143

Zweites Buch.

Lineare Gruppen.

Sechster Abschnitt.

Gruppen linearer Substitutionen.

§. 37. Lineare Substitutionen und ihre Zusammensetzung	151
§. 38. Substitution der Verhältnisse	158
§. 39. Permutationen als lineare Substitutionen	159
§. 40. Die Invarianten von endlichen Gruppen linearer Substitutionen	161
§. 41. Der Satz von Hilbert	165
§. 42. Endlichkeit des Invariantensystems einer endlichen linearen Substitutionsgruppe	168
§. 43. Das Formenproblem	171
§. 44. Klein's Erweiterung des algebraischen Grundproblems	176
§. 45. Einfluss relativer Invarianten	177
§. 46. Der erweiterte Invariantenbegriff	179
§. 47. Normalformen	181

Siebenter Abschnitt.

Gruppen binärer linearer Substitutionen.

§. 48. Ternäre orthogonale Substitutionen	184
§. 49. Lineare gebrochene Substitutionen	189

§ 53	Repräsentanten der Gruppen	193
§ 54	Ersetzung der Gruppenoperationen durch Substitutionen in der Gruppe	195
§ 55	Bestimmung der Anzahl der Gruppen	196
§ 56	Bestimmung der Substitutionen von $6n$ auf einfache Functionen	199
§ 57	Bestimmung der Substitutionen von $6n$ auf einfache Functionen	200

Vierter Abschnitt.

Die Polyedergruppen.

§ 58	Die einfachen Gruppen und die Diedergruppen	209
§ 59	Die Tetraedergruppe	212
§ 60	Die Octaedergruppe	216
§ 61	Die Ikosaedergruppe	221
§ 62	Die Elemente der Ikosaedergruppe	222
§ 63	Die Transformationen der Ikosaedergruppe	225
§ 64	Die Invarianten des Ikosaeders	227
§ 65	Polyedergruppen des zweiten Auf. Kristallographische Gruppen	231

Sechster Abschnitt.

Congruenzgruppen.

§ 66	Lineare Congruenzen	242
§ 67	Congruenzgruppen	243
§ 68	Congruenzgruppen im Körper K	246
§ 69	Einfachheit der Gruppe L	251
§ 70	Congruenzgruppen zweiten Grades	254
§ 71	Die reelle lineare Congruenzgruppe L_p	261
§ 72	Imaginäre Form der Gruppe L_p	266
§ 73	Involutionen der Gruppe L_p , deren Grad durch p theilbar ist	271
§ 74	Involutionen der Gruppe L_p , deren Grad nicht durch p theilbar ist	273
§ 75	Constitution der Gruppe L_p vom Grade $6n$	282

Drittes Buch.

Anwendungen der Gruppentheorie.

Zehnter Abschnitt.

Allgemeine Theorie der metacyklischen Gleichungen.

§ 76	Die Kernelemente der Compositionsreihen	288
§ 77	Metacyklische Gleichungen	292
§ 78	Metacyklische Gleichungen, deren Grad eine Primzahl ist	297
§ 79	Darstellung der Abel'schen Gruppe Q	298
§ 80	Analyse der Darstellung der Permutationen	300
§ 81	Darstellung der metacyklischen Gruppe P	301
§ 82	Lineare Congruenzgruppe für den Modul 2	306